TD 2 - Révisions

Exercice 1 ***(indications)***

1) Remplacer f dans la relation foncitonnelle de l'énoncé et en déduire les valeurs *nécessaires* pour a et b.
On a ainsi démontré que *si* f_0 est solution, *alors,* $a = ...$ et $b = ...$ Il faut ensuite rédiger la réciproque est vérifier que *si* $a = ...$ et $b = ...$, *alors* f_0 est solution.
C'est un raisonnement par *analyse-synthèse* (on cherche d'abord une condition nécessaire, puis on vérifie que cette condition est suffisante).

2)(a) On sait que f et f_0 vérifient toutes deux l'équation fonctionnelle (et sont continues).
Calculer $g(2x+1)$ et utiliser la relation fonctionnelle sur f et sur f_0 pour obtenir l'égalité voulue.
⚠ Ne pas raisonner par équivalences en partant du résultat.

(b) Il s'agit simplement de « retourner » la relation vue plus haut avec un changement de variable.

3)(a) On pourra poser pour tout $n \in \mathbf{N}$, $v_n = u_n + 1$ et chercher à exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
C'est une manipulation classique de terminale.

(b) Normalement, vous avez obtenu que v_n est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$. On en déduit v_n en fonction de $v_0 = u_0 + 1 = x + 1$. D'où l'expression de u_n en fonction de n et x.

4) Montrer par récurrence en utilisant la relation trouvée pour g à la question $2-b$).

5) Montrer que nécessairement $g(u_0) = 0$ car $g(-1)$ est une quantité finie. En déduire que g est nulle sur $\mathbf{R}$.