



AMIENS

Premier exercice

Série S

Approcher $\sqrt{17}$ par des rationnels

Énoncé

- Vérifier l'égalité $\sqrt{17} = 4 + \frac{1}{\sqrt{17} + 4}$.
- Soit a et b deux réels supérieurs ou égaux à 4 et encadrant $\sqrt{17}$:

$$a < \sqrt{17} < b \quad (1)$$

- a) Justifier le nouvel encadrement

$$4 + \frac{1}{b+4} < \sqrt{17} < 4 + \frac{1}{a+4} \quad (2)$$

- b) Calculer l'amplitude de l'encadrement (2) et montrer que cette amplitude ne dépasse pas $\frac{1}{64}(b-a)$.
- c) Interpréter ce résultat en termes de précision des encadrements (1) et (2).
3. Application :
- On considère l'encadrement $4 < \sqrt{17} < 5$ (étape 0)
- Déterminer, à l'aide de (2), un nouvel encadrement rationnel de $\sqrt{17}$ (étape 1), et donner l'amplitude de cet encadrement.
 - A l'aide de l'encadrement obtenu à l'étape 1 et de (2), donner un nouvel encadrement de $\sqrt{17}$ (étape 2).
 - Continuer jusqu'à l'étape 3.
Quelle est l'amplitude de l'encadrement obtenu ?
4. On souhaite obtenir un encadrement de $\sqrt{17}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-9} à l'aide du procédé décrit ci-dessus pour toutes valeurs de a et b choisies vérifiant les conditions du 2). Pour cela, on souhaite réaliser un algorithme qui enchaîne les étapes jusqu'à la précision exigée sur l'amplitude.
- a) Que réalise l'algorithme suivant :

```
Saisir A, B
C prend la valeur de A
A prend la valeur de B
B prend la valeur de C
Afficher A et B
```

- b) Compléter l'algorithme suivant afin qu'il réponde à la question 4

```
Saisir A,B
E = B - A           # On utilisera E pour l'amplitude de l'encadrement
N = 0              # On utilisera N pour numéroter les étapes
...
Afficher A, B, E, N
```