

FONCTIONS USUELLES

1 DÉRIVÉES

Exercice 1

Calculer le domaine de définition, de dérivabilité, calculer la dérivée.

(on ne demande pas l'étude des variations)

1. $x \mapsto \sin^3 x$
2. $x \mapsto \sin(x^3)$
3. $x \mapsto \frac{1}{\arctan x}$
4. $x \mapsto [2x]$
5. $x \mapsto e^{\sin x}$
6. $x \mapsto \sin(e^x)$
7. $x \mapsto \sin^5 x$
8. $x \mapsto x^{\sin x}$
9. $x \mapsto \cos(\ln x)$

10. $x \mapsto a^x - x^a$ pour $a > 0$.

2 CALCULS DE LIMITES

Exercice 2

Pour chaque fonction,

- donner le domaine de définition,
- calculer les limites aux bords du domaine,
- étudier les éventuelles branches infinies,
- étudier les éventuels prolongements et la dérivabilité au point correspondant.

1. $x \mapsto \frac{\ln x - x}{2x}$.
2. $x \mapsto \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$.
3. $x \mapsto \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$.

Indication :

Penser à utiliser la quantité conjugué $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$.

4. $x \mapsto \frac{e^{x\sqrt{x}} - e^x}{2}$.
5. $x \mapsto \frac{2x^2 - |x|}{2}$.
6. $x \mapsto \frac{2x^2 - |x|}{x}$.
7. $x \mapsto \ln(e^x + e^{-x})$.
8. $x \mapsto \left\lfloor \frac{2 \arctan x}{\pi} \right\rfloor$.

Montrer en plus que cette fonction n'est pas continue en 0.

9. $x \mapsto \left\lfloor \frac{2}{\pi} \arctan x \right\rfloor - \frac{2}{\pi} [\arctan x]$.

3 ÉTUDE COMPLÈTE

Exercice 3

Étude complète de

1. $x \mapsto \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$
2. $x \mapsto \frac{e}{x^2 + 2x + 1}$
3. $x \mapsto \frac{x}{x^2 + 2x + 1}$
4. $x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+1}$
5. $x \mapsto \sqrt{x^2 + 3x + 2}$
6. $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3x + 2}}$
7. $x \mapsto \sqrt{x^2 + 3x + 2}^3$
8. $x \mapsto \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}$
9. $x \mapsto |x^2 + 3x + 2|$

Indiquer les éventuels axes ou centres de symétrie.

Exercice 4

Étude complète de

(*) : pour les fonctions notées (*) l'étude dépend d'un point que l'on nommera α et dont on ne peut donner une valeur exacte. α n'a pas nécessairement la même valeur pour les deux études.

1. $x \mapsto \frac{x \ln x}{x+1}$ (*)

Penser aux éventuels prolongements.

2. $x \mapsto \frac{x \ln x}{x-1}$ (*)

Penser aux éventuels prolongements, ne pas étudier la dérivabilité en 1.

3. $x \mapsto \ln|x|$

4. $x \mapsto \ln \frac{1}{x}$

5. $x \mapsto e^{x+1} - xe$

6. $x \mapsto x^x$

7. $x \mapsto x^{\sqrt{x}}$

8. $x \mapsto \sqrt{x}^x$

9. $x \mapsto \ln \sqrt{x^2 + x - 1}$

10. $x \mapsto \ln \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

11. $x \mapsto \sqrt{\ln(x^2 + 3x + 2)}$