GRENOBLE

Premier exercice

Toutes séries

L'art de bien bluffer

Énoncé

Alembert et Bayes jouent au jeu suivant :

Ils mettent dans un pot une mise de départ (1 euro pour Alembert et 3 € pour Bayes).
Alembert lance un dé équilibré à six faces. Il regarde le résultat et cache le dé pour que Bayes ne puisse pas voir le numéro obtenu. Pendant toute la phase suivante, le dé restera caché dans la même position.

Alembert peut choisir entre :

1. abandonner et Bayes remporte alors le contenu du pot.
2. augmenter sa mise de 4 euros ce qui oblige Bayes à choisir entre :
   a) abandonner et Alembert remporte alors le contenu du pot.
   b) augmenter lui aussi sa mise de 4 €.

   Si ni l'un ni l'autre n'a abandonné, on s'intéresse alors au résultat du dé :
   - si le dé indique 6, Alembert remporte le contenu du pot.
   - sinon, c'est Bayes qui remporte le contenu du pot.

Le gain algébrique d'Alembert pourra donc être de 7 €, 3 €, -1 € ou -5 €, selon que l'un des joueurs abandonne ou pas.

Première partie : une partie sans bluff

Dans cette partie, Alembert augmente sa mise si le dé indique 6 et sinon, il abandonne.
Quant à Bayes, il abandonne dès qu'Alembert augmente sa mise.

A quel joueur ce jeu est-il le plus favorable et quel est son gain en moyenne ?

Deuxième partie : une partie avec bluff

Dans cette partie

- si le dé indique 6, Alembert augmente sa mise.
- sinon, Alembert augmente sa mise avec une probabilité p.

Si Alembert a augmenté sa mise, Bayes augmente lui aussi sa mise, mais avec une probabilité q.

1. Dans cette question, $p = \dfrac{1}{5}$ et $q = \dfrac{1}{3}$.

   Quelle va être en moyenne le gain ou la perte de chaque joueur ?
2. Dans cette question, $p = \dfrac{1}{10}$ et $q = \dfrac{1}{2}$.

   Quelle va être en moyenne le gain ou la perte de chaque joueur ?
3. Dans cette question, $p = \dfrac{1}{10}$ et $q = \dfrac{1}{3}$.

   Quelle va être en moyenne le gain ou la perte de chaque joueur ?
4. Dans cette question, l'augmentation des mises n'est plus de 4 € mais de 5 €.
   Avec quelle probabilité p Alembert doit-il bluffer pour gagner le maximum d'argent en moyenne ?
   Quel sera alors son gain moyen ?