

# TD 1 - RÉVISIONS

## Exercice 1

### Partie 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$ .

- 1) Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation  $f(x) = x$ .
- 2) Dresser le tableau de variation de  $f$ . Étudier les limites à l'infini.
- 3) Montrer que pour tout réel  $x$  appartenant à  $[0, 1]$ ,  $f(x)$  appartient à  $[0, 1]$ .

### Partie 2

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 1$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n^2 + 1)$ .

- 4) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  appartient à  $[0, 1]$ .
- 5) Étudier les variations de  $(u_n)$ .
- 6) Montrer que  $(u_n)$  est convergente.
- 7) Calculer sa limite.

## Exercice 2

On considère la fonction

$$f : x \mapsto x \ln |x|.$$

- 1) Donner, en justifiant, le domaine de définition  $\mathcal{D}$  de  $f$ .
- 2) La fonction  $f$  est-elle paire ou impaire ?
- 3) Étudier les variations de  $f$ .
- 4) Calculer les limites de  $f$  au bord de son domaine de définition.
- 5) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$ .
- 6) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction.  
*On admet que la courbe admet une tangente verticale en  $0^+$ .*