Dérivées usuelles

A Fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine dérivabilité
1	0	$\mathbf{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\mathbf{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbf{R}_+^*$
$x^n,\ n\in\mathbf{N}$	nx^{n-1}	$\mathbf{R}$
$x^{-n}=\dfrac{1}{x^n},\ n\in\mathbf{N}$	$-nx^{-n-1}=-n\dfrac{1}{x^{n+1}}$	$\mathbf{R}^*$
$x^a=\mathrm{e}^{a\ln x},\ a\in\mathbf{R}$	ax^{a-1}	$\mathbf{R}_+^*$
e^x	e^x	$\mathbf{R}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$\mathbf{R}_+^*$

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine dérivabilité
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbf{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbf{R}$
$\tan x$	$1+\tan^2 x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$\mathbf{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$
$\arctan x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbf{R}$
$\cos(\omega x+\varphi)$	$-\omega\sin(\omega x+\varphi)$	$\mathbf{R}$
$\sin(\omega x+\varphi)$	$\omega\cos(\omega x+\varphi)$	$\mathbf{R}$

B Opérations sur les dérivées

linéarité Si (u,v) dérivables en a, $(\lambda,\mu)\in\mathbf{R}^2$, alors $(\lambda u+\mu v)$ est dérivable en a

produit Si (u,v) dérivables en a, alors $u\,v$ est dérivable en a

inverse Si v dérivable en a et $v(a)\neq 0$, alors $\frac{1}{v}$ est dérivable en a

quotient Si (u,v) dérivables en a et $v(a)\neq 0$, alors $\frac{u}{v}$ est dérivable en a

$(\lambda u+\mu v)'(a)=\lambda u'(a)+\mu v'(a)$
$(u\,v)'(a)=u'(a)\,v(a)+u(a)\,v'(a)$
$\left(\dfrac{1}{v}\right)'(a)=-\dfrac{v'(a)}{(v(a))^2}$
$\left(\dfrac{u}{v}\right)'(a)=\dfrac{u'(a)v(a)-u(a)v'(a)}{(v(a))^2}$

Composée

Soient $u\ :\ I\to J$ et $f\ :\ J\to\mathbf{R}$

Si u dérivable en $a\in I$ et f est dérivable en $u(a)$, alors $f\circ u$ est dérivable en a et

$$\boxed{(f\circ u)'(a)=u'(a)f'(u(a))}$$

Application réciproque

Si f est une bijection de I sur $J=f(I)$, dérivable en $a\in I$,
alors f^{-1} est dérivable en $y\in J$ **si et seulement si** f' ne s'annule pas en $f^{-1}(y)$, et dans ce cas

$$\boxed{\left(f^{-1}\right)'(y)=\frac{1}{f'\left(f^{-1}(y)\right)}}$$