Dérivées usuelles

A Fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine dérivabilité
1	0	$\mathbf{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\mathbf{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbf{R}_+^*$
$x^n,\ n \in \mathbf{N}$	nx^{n-1}	$\mathbf{R}$
$x^{-n} = \dfrac{1}{x^n},\ n \in \mathbf{N}$	$-nx^{-n-1} = -n\dfrac{1}{x^{n+1}}$	$\mathbf{R}^*$
$x^a = \mathrm{e}^{a \ln x},\ a \in \mathbf{R}$	ax^{a-1}	$\mathbf{R}_+^*$
e^x	e^x	$\mathbf{R}$
$\ln(x)$	$\dfrac{1}{x}$	$\mathbf{R}_+^*$

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine dérivabilité
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbf{R}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbf{R}$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\mathbf{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbf{Z}\right\}$
$\arctan(x)$	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\mathbf{R}$

B Opérations sur les dérivées

linéarité Si (u, v) dérivables en a, $(\lambda, \mu) \in \mathbf{R}^2$, alors $(\lambda u + \mu v)$ est dérivable en a

produit Si (u, v) dérivables en a, alors $u\,v$ est dérivable en a

inverse Si v dérivable en a et $v(a) \neq 0$, alors $\frac{1}{v}$ est dérivable en a

quotient Si (u, v) dérivables en a et $v(a) \neq 0$, alors $\frac{u}{v}$ est dérivable en a

$(\lambda u + \mu v)'(a) = \lambda u'(a) + \mu v'(a)$
$(u\,v)'(a) = u'(a)\,v(a) + u(a)\,v'(a)$
$\left(\dfrac{1}{v}\right)'(a) = -\dfrac{v'(a)}{(v(a))^2}$
$\left(\dfrac{u}{v}\right)'(a) = \dfrac{u'(a)v(a) - u(a)v'(a)}{(v(a))^2}$

Composée

Soient $u : I \to J$ et $f : J \to \mathbf{R}$

Si u dérivable en $a \in I$ et f est dérivable en $u(a)$, alors $f \circ u$ est dérivable en a et

$$\boxed{(f \circ u)'(a) = u'(a) f'(u(a))}$$

Application réciproque

Si f est une bijection de I sur $J = f(I)$, dérivable sur I, alors f^{-1} est dérivable en $y \in J$ **si et seulement si** f' ne s'annule pas en $f^{-1}(y)$, et dans ce cas

$$\boxed{\left(f^{-1}\right)'(y) = \frac{1}{f'\left(f^{-1}(y)\right)}}$$