

# INÉGALITÉS

## 1 INÉGALITÉS SUR LES FONCTIONS USUELLES

Ces inégalités ne font pas partie du programme, mais les connaître constitue un avantage appréciable.

**Il faut savoir les prouver.**

Elle se démontrent facilement par l'étude des fonctions associées et s'interprètent avec la position de courbes par rapport à leur tangente.

Inégalité	Domaine
$\ln(1+x) \leq x$	$x > -1$
$e^x \geq 1+x$	$x \in \mathbf{R}$
$\tan x \geq x$	$x \in [0, \frac{\pi}{2}[$
$\sin x \leq x$	$x \geq 0$

## 2 COMMENT TROUVER DES INÉGALITÉS

Différentes pistes pour trouver/prouver des inégalités :

- Dépend d'un argument réel :
  - Étudier la fonction, trouver un maximum, ou comparer avec une tangente. (comme pour les inégalités usuelles plus haut)
  - Utiliser le théorème des bornes atteintes
    - \* pour une fonction continue sur un segment.
    - \* adapté pour des problèmes abstraits.
- Pour une somme :
  - majorer terme à terme.
  - utiliser l'inégalité triangulaire.
- Pour une suite (dépend d'un argument entier) :
  - utiliser la croissance ou décroissance,
  - conjecture + preuve par récurrence.
  - utiliser le caractère convergent.
    - \* toute suite convergente est bornée.
    - \* adapté pour des problèmes abstraits.