

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

e^{ax}	$= 1 + ax + \frac{(ax)^2}{2} + \frac{(ax)^3}{3!} + \dots + \frac{(ax)^n}{n!} + o(x^n)$	$= \sum_{k=0}^n \frac{a^k}{k!} x^k + o(x^n)$
$\frac{1}{1-x}$	$= 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 \dots + x^n + o(x^n)$	$= \sum_{k=0}^n x^k + o(x^n)$ penser à la série géométrique
$\frac{1}{1+x}$	$= 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$	$= \sum_{k=0}^n (-1)^k x^k + o(x^n)$
$(1+x)^\alpha$	$= 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\dots)(\alpha-n+1)}{n!} x^n + o(x^n)$	$= 1 + \sum_{k=1}^n \frac{\alpha(\alpha-1)(\dots)(\alpha-k+1)}{k!} x^k + o(x^n)$
$\cos x$	$= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \dots - \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} + o(x^{2n})$	$= \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{(2k)!} x^{2k} + o(x^{2n})$
$\sin x$	$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots - \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} + o(x^{2n+1})$	$= \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1} + o(x^{2n+1})$
$\operatorname{ch} x$	$= 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$	$= \sum_{k=0}^n \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n})$
$\operatorname{sh} x$	$= x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$	$= \sum_{k=0}^n \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+1})$
$\operatorname{Arctan} x$	$= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+1})$	$= \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)} + o(x^{2n+1})$
$\ln(1+x)$	$= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n} + o(x^n)$	$= \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1} x^k}{k} + o(x^n)$
$\ln(1-x)$	$= -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} + o(x^n)$	$= -\sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k} + o(x^n)$
$\tan x$	$= x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$	

Équivalents usuels en 0 avec $\alpha \neq 0$.

$e^x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	$\sin x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$
$\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$	$\cos x - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$
$\sqrt{1+x} - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x}{2}$	$\tan x \sim x$
$(1+x)^\alpha - 1 \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \alpha x$	$\operatorname{Arctan} x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$

Rappel : Formule de Stirling pour les suites $n! \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$.

Position par rapport à la tangente

$$f(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_p(x - x_0)^p + o_{x_0}((x - x_0)^p)$$

