SOMMES ET PRODUITS

À SAVOIR

- Utilisation du signe $\sum$, convention de la somme vide égale à 0, linéarité.
- Changement d'indice (translation, inversion de l'ordre de sommation).
- Sommes télescopiques, séparation des indices pairs et impairs.
- Sommes d'Euler : $\sum_{k=0}^{n} k$ et $\sum_{k=0}^{n} k^2$.
- Égalité de Bernoulli : $a^n - b^n$.
- Sommes doubles (rectangle, triangle et indices séparables)
- Produits, produit vide, produit télescopique.
- Factorielles, coefficients binomiaux,
- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$, $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$, symétrie des coefficients, $\binom{n}{k} = \frac{n}{k}\binom{n-1}{k-1}$
- Formule du triangle de Pascal, binôme de Newton.
- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$ et $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$ si $n \geq 1$

Le produit de Cauchy n'est pas au programme.

PREUVES ET EXERCICES À SAVOIR REFAIRE A MINIMA

- pour $q \neq 1$, $\sum_{k=0}^{n} q^k$ en utilisant le formalisme des sommes.
- $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$. $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i}^{n} \frac{1}{j}$.
- Preuves sur les coefficients binômiaux : symétrie, formule de Pascal, formule sans nom.
- Construction du triangle de Pascal et lecture pour un développement du type $(2+x)^4$.