Semaine 01 du 18/09/2023

1 Programme officiel

Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.

1.1 Révisions de terminale : fonctions

a) Généralités sur les fonctions

Ensemble de définition.	*On veillera à toujours préciser le domaine de définition de la fonction avant de réaliser son étude.*
Représentation graphique d'une fonction f à valeurs réelles.	*Dont translations ou dilatations de graphe.*
Parité, imparité, périodicité.	Interprétation géométrique de ces propriétés. Utilisation pour la réduction du domaine d'étude.
Somme, produit, composée.	
Monotonie (large et stricte).	*Pas encore de travail approfondi sur les inégalités.*

b) Dérivation

Dérivée d'une fonction.	Notation $f'(x)$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(f(x)\right)$. *On reste sur les notions du lycée. On comprend qu'il s'agit de dérivée la fonction f en x, et non de la dérivée de $f(x)$.*
Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.	Ces résultats sont rappelés, avec la définition de la dérivée et l'équation de la tangente ; ils ne sont pas démontrés à ce stade.
Le signe de la dérivée sur un intervalle, donne la monotonie.	Résultat admis à ce stade.
Tableau de variations. Étude pratique d'une fonction. Tracé du graphe.	*Schéma d'étude d'une fonction.* *Étude des branches infinies.*
Fonctions convexes parmi les fonctions deux fois dérivables, point d'inflexion.	*Simple rappel de terminale sans démonstration. Position par rapport à la tangente, par rapport aux cordes.*
Pas encore de fonction réciproque.	

c) Fonctions usuelles

Fonctions exponentielle, logarithme népérien.	Dérivées, variations, représentations graphiques.
Croissantes comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.	*Résultats de terminale uniquement.*
Inégalités $\mathrm{e}^x \geqslant 1+x$, $\ln(1+x) \leqslant x$, $\lvert\sin(x)\rvert \leqslant \lvert x\rvert$.	*En trigonométrie dans le programme officiel.*

c) Continuité sur un intervalle

Théorème des valeurs intermédiaires.	*Sans démonstration à ce stade.*
Corollaire : cas d'une fonction continue strictement monotone.	*Ne pas confondre avec le théorème précédent.*

1.2 Récurrence et suites usuelles

a) Rudiments de logique

Raisonnement par récurrence (simple, double, forte, *finie*).	On pourra relier le raisonnement par récurrence au fait que toute partie non vide de $\mathbf{N}$ possède un plus petit élément. Toute construction et toute axiomatique de $\mathbf{N}$ sont hors programme. *Axiomatique de Péano donnée à titre culturel, mais sans développements.*

i) Suites particulières

Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.	Pour une relation de récurrence $u_{n+1} = au_n + b$ où $a \in \mathbf{C}\setminus\{1\}$ et $b \in \mathbf{C}$, recherche d'une solution constante, détermination des solutions.
Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.	*Structure des suites récurrentes d'ordre 2, avec second membre.*
Suites définies linéairement par des couples.	*Se ramener à une relation d'ordre 2.*

1.3 Révisions de terminale : manipulations algébriques

e) Équations algébriques	
Pour P fonction polynomiale à coefficients complexes admettant a pour racine, factorisation de $P(z)$ par $z-a$.	*Dans **R** uniquement pour le moment. Mise sous forme canonique pour un second degré Le lien racine/factorisation est admis aux degrés supérieurs.*
Résolution des équations du second degré. Somme et produit de racines.	

2 Exercices à savoir refaire

Et preuves sur lesquelles insister davantage (pas exclusif !)

- Étude complète de $x \mapsto \ln\left(\sqrt{x^2-3x+2}\right)$.
- $\forall x > -1$, $\ln(1+x) \leqslant x$ et cas d'égalité.
- $\forall x \in \mathbf{R}$, $e^x \geqslant x+1$ et cas d'égalité.
- $\forall x \in \mathbf{R}$, $|\sin(x)| \leqslant |x|$ et cas d'égalité.
- Étude en $+\infty$ (branche éventuelle) : $3x\sqrt{x}-x^2$, $x+\sin(x)$, $\dfrac{x\sin(x)}{\ln(x)}$, $\ln\left(2\,e^{3x}-x\right)$.
- Donner un exemple d'une partie non vide majorée de **R** qui n'admet pas de plus grand élément. Le prouver.
- Toute partie non vide majorée de **N** admet un plus grand élément.
- « Toute partie non vide de **N** admet un plus petit élément » équivalent au principe de récurrence (on admet la question précédente).
- Montrer que tout nombre entier naturel supérieur ou égal à 2 admet un nombre premier comme diviseur.

3 Exemple de déroulé d'une colle

1) Un exercice à savoir refaire.
2) Exercice simple : par exemple une suite récurrente d'ordre 1 ou 2, ou d'un couple.
3) Un autre exercice qui peut être plus ardu (pas nécessairement).

4 Notation :

Quelques principes :

1) La note n'évalue pas le candidat, mais sa prestation.
2) La note maximale autorisée est 20.
3) La note minimale autorisée est 0.
4) Un maximum et un minimum sont atteints (cf points précédents).
5) Exercice à savoir *refaire* : refaire ne veut pas dire *recracher sans comprendre*. Rien n'interdit quelques instants de reflexion si besoin car ce n'est pas du « par coeur ».
6) Exercice à savoir refaire non su $\Rightarrow$ note inférieure à 8.
7) Cours non su $\Rightarrow$ note inférieure à 8.
8) Une implication n'est pas une équivalence (cf points précédents).
9) Un khôlleur est sympa.
10) Si le khôlleur ne paraît pas sympa : c'est de la légitime défense face à une agression violente (ou indolente) des mathématiques.