

## SEMAINE 02 DU 25/09/2023

## 1 PROGRAMME OFFICIEL

*Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.*

## 1.1 Révisions de terminale : fonctions

*Cf programme semaine 1.*

## 1.2 Récurrence et suites usuelles

*Cf programme semaine 1.*

## 1.3 Sommes et produits

## a) Sommes et produits

<p>Somme et produit d'une famille finie de nombres réels <i>ou complexes</i>.</p> <p>Sommes et produits télescopiques, exemples de changement d'indice et de regroupements de termes <i>Les notions de partition et recouvrement disjoint ont été données</i>.</p> <p>Expressions simplifiées de <math>\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=1}^n x^k</math>.</p> <p>Factorisation de <math>a^n - b^n</math> par <math>a - b</math>.</p> <p>Sommes doubles. Produit de deux sommes finies</p> <p>Rappels sur la factorielle, les coefficients binomiaux.</p> <p>Formule du binôme de Newton dans <math>\mathbf{R}</math></p>	<p>Notations <math>\sum_{i \in I} a_i, \sum_{i=1}^n a_i, \prod_{i \in I} a_i, \prod_{i=1}^n a_i</math>.</p> <p>Cas où <math>I</math> est vide.</p> <p>Dans la pratique, on est libre de présenter les calculs avec des points de suspension.</p> <p><i>Translation, inversion de l'ordre de sommation.</i></p> <p><i>Égalité de Bernoulli, présentée sous la forme <math>\forall (a, b) \in \mathbf{C}^2, \forall n \in \mathbf{N},</math></i></p> $a^{n+1} - b^{n+1} = (a - b) \sum_{k=0}^n a^k b^{n-k}$ $= (a - b) \sum_{k=0}^n a^{n-k} b^k.$ <p>Exemples de sommes triangulaires, <i>pas de produits de Cauchy</i>.</p> <p>Convention <math>\binom{n}{k} = 0</math> pour <math>k &lt; 0</math> ou <math>k &gt; n</math>.</p> <p><i>Les coefficients binomiaux sont entiers.</i></p> <p><i>Formule du triangle de Pascal.</i></p> <p><i>et dans <math>\mathbf{C}</math>.</i></p>
--	--

## 2 EXERCICES À SAVOIR REFAIRE

*Et preuves sur lesquelles insister davantage (pas exclusif!)*

- Sommes des termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Preuve formule de Bernoulli, triangle de Pascal, formule de Newton.

- $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$ .

- $\sum_{k=1}^n k a^k$ .

- $\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k k$ .

- $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n \frac{1}{j}$ .

- $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \max(i, j)$ .

- $\sum_{k=0}^{n-2} \binom{n-1}{k} 3^{2k-1}$ .

- $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ .