SEMAINE 04 DU 06/10/2025

1 Programme officiel

Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.

c) Trigonométrie

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus.

Relation de congruence modulo 2π sur **R**.

Cosinus et sinus de $\pi + x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$. Cosinus et sinus des angles usuels.

Formules d'addition $\cos{(a\pm b)}$, $\sin{(a\pm b)}$. Cas particulier des formules de duplication : $\cos{(2a)}$, $\sin{(2a)}$.

Fonctions circulaires cosinus et sinus.

Fonction tangente.

Tangente de $\pi \pm x$. Tangente des angles usuels.

Formule d'addition $\tan (a \pm b)$.

Le formalisme des congruences sera vu plus tard en arithmétique.

Les étudiants doivent savoir retrouver ces résultats et résoudre des équations et inéquations trigonométriques simples en s'aidant du cercle trigonométrique.

On présente une justification géométrique de l'une de ces formules. Les étudiants doivent savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos{(a)}\cos{(b)}$, $\sin{(a)}\sin{(b)}$, $\cos{(a)}\sin{(b)}$.

Les étudiants doivent savoir retrouver les formules de factorisation : $\cos(p) \pm \cos(q)$, $\sin(p) \pm \sin(q)$.

On justifie les formules donnant les fonctions dérivées de sinus et cosinus vues en classe de terminale.

inégalité $|\sin(x)| \leq |x|$.

Notation tan. Dérivée, variations, représentation graphique.

Interprétation sur le cercle trigonométrique.

Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de $\cos{(t)}$ et $\sin{(t)}$ en fonction de $\tan{(t/2)}$.

 $1 + \tan^2(t)$ en fonction de $\cos^2(t)$.

2 QUESTION DE COURS 1 :

Retrouver (et démontrer) une ou plusieurs formules de trigonométrie dans la liste.

- 1) $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$ (preuve géométrique)
- 2) $\tan(a \pm b)$.
- 3) une formule de linéarisation : $\cos(a)\cos(b)$, $\cos(a)\sin(b)$, $\sin(a)\sin(b)$.
- 4) une formule de factorisation : $\cos(p) \pm \cos(q)$, $\sin(p) \pm \sin(q)$.
- 5) $\cos(\theta)$, $\sin(\theta)$, $\tan(\theta)$ en fonction de $\tan(\frac{\theta}{2})$.

Pour les formules avec tangente, on n'insistera pas sur le domaine : « partout où l'expression est valide ».

3 Question de cours 2:

- 1) Simplifier pour $x \in \mathbf{R}$, Arcsin $\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$.
- 2) Montrer que $f: x \mapsto 3\cos(x) + 4\sin(x)$ admet un maximum sur **R** et donner sa valeur.
- 3) Calcul pour $x \in [-1, 1]$ de Arccos (x) + Arcsin (x).
- 4) Calcul pour $x \in \mathbf{R}^*$ de Arctan (x) + Arctan $\left(\frac{1}{x}\right)$.

4 QUESTION DE COURS 3:

- 1) La relation de divisibilité est une relation d'ordre sur N.
- 2) La relation de congruence modulo 2π est une relation d'équivalence sur ${\bf R}$.
- 3) Unicité du plus grand élément s'il existe.
- 4) Toute relation d'équivalence définit une partition de l'ensemble.

Les exercices de trigonométrie et ne feront pas appel aux complexes.