# Semaine 05 du 13/10/2025

#### 1 Programme officiel

Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.

## c) Inégalités

Relation d'ordre sur R. Compatibilité avec Exemples de majoration et de minoration de les opérations. sommes, de produits et de quotients. Utilisation de factorisations et de tableaux de signes. Résolution d'inéquations. Lien entre inégalités et monotonie (large ou stricte), cas du passage aux antécédents. Parties positives et négatives. Valeur absolue. Inégalité triangulaire et son corollaire.Dans R, parties majorées, minorées, bornées. Majorant, minorant; maximum, minimum. Partie entière d'un nombre réel. Notation |x|.

#### a) Ensemble des nombres usuels

Entiers naturels, relatifs, nombres décimaux, rationnels, réels, irrationnels.

Les constructions des ensembles de nombres usuels (et en particulier celle de  ${\bf R}$ ) sont hors programme.

Tout intervalle ouvert non vide rencontre  ${\bf Q}$  et  ${\bf R} \setminus {\bf Q}$ .

Droite achevée  $\overline{{\bf R}}$ .

### b) Propriété de la borne supérieure

partie de **R**.

1
Toute partie non vide et majorée (resp. mi-
norée) de ${f R}$ admet une borne supérieure
(resp. inférieure).
II

Borne supérieure (resp. inférieure) d'une

Une partie X de  $\mathbf{R}$  est un intervalle si, et seulement si pour tous  $a, b \in X$  tels que  $a \leq b, [a, b] \subset X$ .

Notation  $\sup X$ ,  $\inf X$ .

## 2 QUESTION DE COURS 1:

- 1) Pour A et B deux parties de E, montrer que  $A \cap B = A \cup B$  si, et seulement si A = B.
- 2) Montrer que  $A \mapsto \sup(A)$  est croissante de l'ensemble des parties non vides majorées de  $\mathbf{R}$  ordonné par l'inclusion, dans  $(\mathbf{R}, \leq)$ .
- 3) Montrer que  $\forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}, |x+n| = |x| + n$ .
- 4) Montrer que pour tous  $x, y \in \mathbf{R}, \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor \leqslant \lfloor x + y \rfloor \leqslant \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor + 1.$

# 3 QUESTION DE COURS 2 :

- 1) Inégalité triangulaire et son corollaire (sur R).
- 2) Inégalité triangulaire et son corollaire (sur C).
- 3) Déterminer  $z \in \mathbf{C}$  tel que  $(iz i)\overline{z i} \in \mathbf{R}$ . Décrire géométriquement les points correspondants.
- 4) Déterminer  $z \in \mathbf{C}$  tel que  $(iz-z)\overline{z-i} \in i\mathbf{R}$ . Décrire géométriquement les points correspondants.
- 5) Retrouver à l'aide de l'exponentielle complexe, une formule de factorisation  $\cos(p) \pm \cos(q)$ ,  $\sin(p) \pm \sin(q)$ .

## 4 EXERCICES:

Réels, relations d'ordre, résolution d'équations ou d'inéquations.

On peut aussi demander des petits exercices d'écriture sur les complexes (mise sous forme cartésienne ou polaire, mais sans difficulté).