

SEMAINE 08 DU 17/11/2025

1 PROGRAMME OFFICIEL

a) Calcul de primitives

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Lien entre intégrales et primitives.

Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.

Primitives des fonctions exponentielle, logarithme, puissances, trigonométriques et hyperboliques et des fonctions $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Intégration par parties, changement de variable.

Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'elles.

On rappelle, sans démonstration que, pour une fonction continue f , $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$ a pour dérivée f .

On pourra noter $\int^x f(t) dt$ une primitive générique de f .

Primitives de $x \mapsto e^{\lambda x}$ pour $\lambda \in \mathbf{C}$, application aux primitives de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ et $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$.

Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$ et reconnaître les dérivées de fonctions composées.

Pour les applications pratiques, on ne demande pas de rappeler les hypothèses de régularité.

! Pas de décomposition en éléments simples autre que les dénominateurs de degré 2. Aucune méthode générale étudiée, on fait « à la main ».

2 QUESTION DE COURS

1) Résoudre sur $I =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ $y' + \tan(t)y = \frac{1}{\cos(t)}$.

2) Résoudre sur $I = \mathbf{R}$, $y'' + y' + y = \cos(2t)$.

3) Résoudre sur $I = \mathbf{R}$, $y'' + y = \cos(t)$.

4) CCINP

On considère les équations différentielles suivantes :

$$(H) : 2xy' - 3y = 0 \quad \text{et} \quad (E) : 2xy' - 3y = \sqrt{x}.$$

(a) Résoudre l'équation (H) sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

(b) Résoudre l'équation (E) sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

(c) L'équation (E) admet-elle des solutions sur l'intervalle $[0, +\infty[$?

3 EXERCICES - PARTIE 1

Calcul de primitives autant qu'il faut.

Éventuellement des équations différentielles sans difficultés (uniquement appliquer la méthode du cours : pas d'équations fonctionnelles, ni changement de variable ou d'inconnue...)

4 EXERCICES - PARTIE 2

Si, et seulement si les calculs de primitives ne posent pas trop de problèmes, revenir sur des exercices plus théoriques (par exemple généralités sur les applications) pour travailler le formalisme.