Semaine 08 du 16/11/2026

1 Programme officiel

Fonctions usuelles & applications telles que sur le programme 7.

a) Calcul de primitives

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Lien entre intégrales et primitives.	Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'elles. On rappelle, sans démonstration que, pour une fonction continue f, $x \mapsto \int_{x_0}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$ a pour dérivée f. On pourra noter $\int^x f(t)\,\mathrm{d}t$ une primitive générique de f.
Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.	Primitives de $x \mapsto \mathrm{e}^{\lambda x}$ pour $\lambda \in \mathbf{C}$, application aux primitives de $x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\cos(bx)$ et $x \mapsto \mathrm{e}^{ax}\sin(bx)$.
Primitives des fonctions exponentielle, logarithme, puissances, trigonométriques et hyperboliques et des fonctions $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.	Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$ et reconnaître les dérivées de fonctions composées.
Intégration par parties, changement de variable.	Pour les applications pratiques, on ne demande pas de rappeler les hypothèses de régularité.

⚠ Pas de décomposition en éléments simples autre que les dénominateurs de degré 2. Aucune méthode générale étudiée, on fait « à la main ».

2 Question de cours 1

Tracer une fonction avec éléments remarquables, régularité, calcul de la dérivée... parmi une des fonctions usuelles au programme :

1) exponentielle, logarithme népérien et en base a, $x \mapsto x^a$ pour $a \in \mathbf{R}$, fonction inverse.
2) fonctions trigonométriques sin, cos, tan et leur "réciproque".
3) fonctions hyperboliques sh, ch, th.

3 Question de cours 2

Pour $a \in \mathbf{R}^*$ et $b \in \mathbf{R}$, un calcul parmi :

$$\int_2^x \frac{\mathrm{d}t}{t^2-2}, \quad \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{ch}\,(t)}, \quad \int_1^x \frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{t}}\,\mathrm{d}t}{\sqrt{t}}, \quad \int_1^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}t}{1+\sin(t)}, \quad \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{a^2+t^2}.$$

$$\int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{t^2+2t+1}, \quad \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{t^2+2t-3}, \quad \int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{t^2+2t+3}, \quad \int_0^x \frac{2t+1}{t^2+4}\,\mathrm{d}t,$$

$$\int_0^x t\sin(t)\,\mathrm{d}t, \quad \int_0^x \mathrm{Arctan}\,(t)\,.\,\mathrm{d}t, \quad \int_0^x \mathrm{e}^{at}\cos(bt)\,\mathrm{d}t.$$

4 Question de cours 3

1) Résoudre sur $I = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ $y' + \tan(t)\,y = \frac{1}{\cos(t)}$.
2) Résoudre sur $I = \mathbf{R}$, $y'' + y' + y = \cos(2t)$.
3) Résoudre sur $I = \mathbf{R}$, $y'' + y = \cos(t)$.

5 Exercices - partie 1

Calcul de primitives.

6 Exercices - partie 2

Étude complète de fonctions, exercices théoriques sur les applications injectives, surjectives & bijectives.