

## SEMAINE 19 DU 04/03/2023

## 1 PROGRAMME OFFICIEL

*Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.*

h) Fractions rationnelles	
Corps $\mathbf{K}(X)$ .	La construction de $\mathbf{K}(X)$ est hors programme.
Forme irréductible d'une fraction rationnelle. Fonction rationnelle.	
Degré, partie entière, zéros et pôles, multiplicités.	
i) Décomposition en éléments simples sur $\mathbf{C}$ et sur $\mathbf{R}$	
Existence et unicité de la décomposition en éléments simples sur $\mathbf{R}$ et sur $\mathbf{C}$ .	La démonstration est hors programme. Toute technicité dans les exemples est exclue. Application aux calculs de primitives, de dérivées $k$ -ièmes. Si $\lambda$ est un pôle simple, coefficient de $\frac{1}{x-\lambda}$ .
Décomposition de $\frac{P'}{P}$ .	

## 2 QUESTIONS DE COURS

Les questions de cours portent sur les espaces vectoriels, les exercices sont sur les fractions rationnelles.

## Question de cours 1 :

- 1) Montrer que l'intersection de sous-espaces vectoriels est un espace vectoriel.
- 2) Montrer que  $F + G = F \oplus G \iff F \cap G = \{0\}$ .
- 3) Montrer que  $\mathcal{M}_n(\mathbf{K}) = \mathcal{S}_n(\mathbf{K}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbf{K})$ .
- 4) Trouver un supplémentaire de l'ensemble des suites qui convergent vers 0 (dans l'ensemble des suites réelles convergentes). Prouver.

**Question de cours 2 :** Pour l'ensemble suivant, muni de ses opérations usuelles, indiquer si c'est un espace vectoriel, et le prouver.

- 1)  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, x + y + z = 0\}$ .
- 2)  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, x = 2y \text{ et } x - z = 0\}$ .
- 3)  $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3, xyz = 0\}$ .
- 4) Pour  $(a, b) \in \mathcal{C}^0(\mathbf{R}, \mathbf{R})$ ,  $\{\text{solutions de l'équation } y'' + ay' + by = 0\}$ .
- 5) Le disque unité de  $\mathbf{C}$ .
- 6)  $\{P \in \mathbf{K}[X], P(1) = 0\}$ .
- 7)  $\{P \in \mathbf{K}[X], P(1) = 1\}$ .
- 8) Un autre ensemble sur le même modèle.