APPLICATIONS LINÉAIRES

À SAVOIR

- Définition, vocabulaire, $f(0_E) = 0_F$
- $(\mathscr{L}(E,F),+,.)$ est un espace vectoriel.
- Images, noyaux. Ce sont des espaces vectoriels.
  L'image directe d'un sous espace de E est un sous espace vectoriel de F.
- Caractérisation d'une application injective par le noyau, d'une application surjective par l'image.
- Une application linéaire est entièrement caractérisée par son action sur une base.
- Si $(e_1, e_2, \cdots e_n)$ est une base de E, et $f \in \mathscr{L}(E,F)$ alors $\big(f(e_1), f(e_2), \cdots f(e_n)\big)$ est une famille génératrice de $\mathrm{Im}(f)$ et
  - c'est une famille libre si et seulement si f est injective.
  - c'est une famille génératrice de F si et seulement si f est surjective.
  - c'est une base de F si et seulement si f est bijective.
- E et F de dimension finie sont isomorphes si et seulement s'ils ont même dimension.
- Matrice d'une application linéaire dans une base. Somme, composition, réciproque.
  À savoir : donner la matrice d'une application linéaire dans des bases données.
- Lien entre système linéaire et application linéaire.
- Rang d'une application linéaire entre espaces de dimensions finies.
  - Lien avec la dimension des espaces de départ et d'arrivée.
  - Rang d'une composée, cas particulier de la composition avec des isomorphismes.
  - Caractérisation de l'injectivité, surjectivité, bijectivité par le rang. Cas des applications entre deux espaces de même dimension.
- **À savoir :** obtenir le noyau, l'image et le rang d'une application linéaire à partir du pivot de Gauss sur sa matrice.

PREUVES ET EXERCICES À SAVOIR REFAIRE A MINIMA

- Le noyau et l'image sont des espaces vectoriels.
- Caractérisation de l'injectivité/surjectivité/bijectivité par l'image d'une base.