Récurrence et suites usuelles

1 Programme officiel

Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.

a) Rudiments de logique

Raisonnement par récurrence (simple, double, forte).	On pourra relier le raisonnement par récurrence au fait que toute partie non vide de $\mathbf{N}$ possède un plus petit élément. Toute construction et toute axiomatique de $\mathbf{N}$ sont hors programme. *Axiomatique de Péano donnée à titre culturel.* *Récurrence finie.*

i) Suites particulières

Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.	Pour une relation de récurrence $u_{n+1} = au_n + b$ où $a \in \mathbf{C} \setminus \{1\}$ et $b \in \mathbf{C}$, recherche d'une solution constante, détermination des solutions. *Sommes des termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.*
Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 à coefficients constants. *Se ramener à une relation d'ordre 2.*	*Structure des suites récurrentes d'ordre 2, avec second membre.* *Uniquement $\Delta \geqslant 0$ pour ceux qui n'ont pas fait maths expertes. Suites définies linéairement par des couples.*

2 Exercices à savoir refaire

Et preuves sur lesquelles insister davantage.

- Donner un exemple d'une partie non vide majorée de $\mathbf{R}$ qui n'admet pas de plus grand élément. Le prouver.
- Toute partie non vide majorée de $\mathbf{N}$ admet un plus grand élément.
- « Toute partie non vide de $\mathbf{N}$ admet un plus petit élément » équivalent au principe de récurrence.
- 1) Montrer que tout nombre entier naturel supérieur ou égal à 2 admet un nombre premier comme diviseur.
  On rappelle qu'un nombre naturel est premier si il admet exactement deux diviseurs entiers positifs distincts : 1 *et lui-même.*
  2) En déduire qu'il existe une infinité de nombres premiers.
- Recherche d'une solution particulière dans le cas d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 avec second membre constant.