Sommes et produits

1 Programme officiel

Les éléments en italique sont des ajouts ou précisions personnels, hors programme officiel.

a) Sommes et produits

Les formules ont été vues pour des nombres réels et complexes.

Somme et produit d'une famille finie de nombres réels *ou complexes.*	Notations $\sum_{i\in I} a_i$, $\sum_{i=1}^{n} a_i$, $\prod_{i\in I} a_i$, $\prod_{i=1}^{n} a_i$. Cas où I est vide.
Sommes et produits télescopiques, exemples de changement d'indice et de regroupements de termes.	Dans la pratique, on est libre de présenter les calculs avec des points de suspension. *Translation, inversion de l'ordre de sommation.*
Expressions simplifiées de $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=1}^{n} x^k$.	
Factorisation de $a^n - b^n$ par $a-b$.	*Égalité de Bernoulli, présentée sous la forme* $\forall (a,b)\in \mathbf{C}^2, \forall n \in \mathbf{N}$, $a^{n+1}-b^{n+1} = (a-b)\sum_{k=0}^{n} a^k b^{n-k} = (a-b)\sum_{k=0}^{n} a^{n-k} b^k$.
Sommes doubles. Produit de deux sommes finies	Exemples de sommes triangulaires, *pas de produits de Cauchy.*
Rappels sur la factorielle, les coefficients binomiaux *(vus dans le nouveau programme de terminale).*	Convention $\binom{n}{k} = 0$ pour $k<0$ et $k>n$. *Les coefficients binomiaux sont entiers. Formule du triangle de Pascal.*
Formule du binôme de Newton dans $\mathbf{R}$ *et dans* $\mathbf{C}$.	

2 Exercices à savoir refaire

Et preuves sur lesquelles insister davantage.

- Sommes des termes d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Preuve formule de Bernoulli, triangle de Pascal, formule de Newton.
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$.
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k a^k$.
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k k$.
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$.
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i}^{n} \frac{1}{j}$.
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \max(i,j)$.
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-2} \binom{n-1}{k} 3^{2k-1}$.
- $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$.