

# FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

**EXERCICE 1 (\*)** Représenter graphiquement le domaine de définition de la fonction

1)  $f : (x, y) \mapsto \frac{1}{x^2 + y^2 + xy}$

2)  $f : (x, y) \mapsto \ln\left(\frac{x}{y}\right)$

3)  $f : (x, y) \mapsto \sqrt{x^2 - y^2}$

4)  $f : (x, y) \mapsto \sqrt{x^2 - y}$

5)  $f : (x, y) \mapsto \sqrt{xy}$

**EXERCICE 2 (\*)** Étudier les extrema locaux sur des fonctions suivantes (sur leur domaine de définition)

1)  $f(x, y) = x^2 + y^2$

2)  $f(x, y) = x^2 - y^2$

3)  $f(x, y) = x^3 + y^3$

4)  $f(x, y) = x^4$

5)  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2 + 1}$

6)  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2 + 4(x - y) + 3}$

7)  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy$

**EXERCICE 3 (\*\*)**

Retrouver l'équation de la droite de régression linéaire vue en statistique à partir de sa caractérisation :

“la droite  $f(x) = ax + b$  qui minimise la somme des carrés des distances entre les points  $(x_i, y_i)$  et les points  $(x_i, f(x_i))$  pour  $i$  décrivant l'échantillon.”

**EXERCICE 4 (\*\*\*)**

$ABCD$  est un rectangle fixé. Pour  $M \in [CD]$ , on considère le triangle  $ABM$ .

Pour quelle(s) valeurs de  $M$  le périmètre de  $ABM$  est-il maximal ? minimal ?

En déduire, pour un triangle d'aire fixée, la forme qui minimise son périmètre.

Peut-on maximiser son périmètre ?