

FONCTIONS USUELLES

1 DÉRIVÉES

EXERCICE 1

Calculer le domaine de définition, de dérivabilité, calculer la dérivée.

(on ne demande pas l'étude des variations)

- | | |
|------------------------------------|----------------------------|
| 1) $x \mapsto \sin^3 x$ | 6) $x \mapsto \sin(e^x)$ |
| 2) $x \mapsto \sin(x^3)$ | 7) $x \mapsto \sin^5 x$ |
| 3) $x \mapsto \frac{1}{\arctan x}$ | 8) $x \mapsto x^{\sin x}$ |
| 4) $x \mapsto [2x]$ | 9) $x \mapsto \cos(\ln x)$ |
| 5) $x \mapsto e^{\sin x}$ | |

10) $x \mapsto a^x - x^a$ pour $a > 0$.

2 CALCULS DE LIMITES

EXERCICE 2 Pour chaque fonction,

- donner le domaine de définition,
- calculer les limites aux bords du domaine,
- étudier les éventuelles branches infinies,
- étudier les éventuels prolongements et la dérivabilité au point correspondant.

1) $x \mapsto \frac{\ln x - x}{2x}$.

2) $x \mapsto \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$.

3) $x \mapsto \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$.

Indication :

Penser à utiliser la quantité conjugué $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$.

4) $x \mapsto \frac{e^{x\sqrt{x}} - e^x}{2}$.

5) $x \mapsto \frac{2x^2 - |x|}{2}$.

6) $x \mapsto \frac{2x^2 - |x|}{x}$.

7) $x \mapsto \ln(e^x + e^{-x})$.

8) $x \mapsto \left\lfloor \frac{2 \arctan x}{\pi} \right\rfloor$.

Montrer en plus que cette fonction n'est pas continue en 0.

9) $x \mapsto \left\lfloor \frac{2}{\pi} \arctan x \right\rfloor - \frac{2}{\pi} \lfloor \arctan x \rfloor$.

3 ÉTUDE COMPLÈTE

EXERCICE 3

Étude complète de

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $x \mapsto \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$ | 5) $x \mapsto \sqrt{x^2 + 3x + 2}$ |
| 2) $x \mapsto \frac{e}{x^2 + 2x + 1}$ | 6) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3x + 2}}$ |
| 3) $x \mapsto \frac{x}{x^2 + 2x + 1}$ | 7) $x \mapsto \sqrt{x^2 + 3x + 2}^3$ |
| 4) $x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$ | 8) $x \mapsto \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}$ |
| | 9) $x \mapsto x^2 + 3x + 2 $ |

Indiquer les éventuels axes ou centres de symétrie.

EXERCICE 4

Étude complète de

(*) : pour les fonctions notées (*) l'étude dépend d'un point que l'on nommera α et dont on ne peut donner une valeur exacte. α n'a pas nécessairement la même valeur pour les deux études.

1) $x \mapsto \frac{x \ln x}{x + 1}$ (*)

Penser aux éventuels prolongements.

2) $x \mapsto \frac{x \ln x}{x - 1}$ (*)

Penser aux éventuels prolongements, ne pas étudier la dérivabilité en 1.

3) $x \mapsto \ln|x|$

4) $x \mapsto \ln \frac{1}{x}$

5) $x \mapsto e^{x+1} - xe$

6) $x \mapsto x^x$

7) $x \mapsto x^{\sqrt{x}}$

8) $x \mapsto \sqrt{x}^x$

9) $x \mapsto \ln \sqrt{x^2 + x - 1}$

10) $x \mapsto \ln \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

11) $x \mapsto \sqrt{\ln(x^2 + 3x + 2)}$