

# SYSTÈMES LINÉAIRES

## 1 IMMÉDIATS

### EXERCICE 1

Résoudre les systèmes linéaires suivants avec le pivot de Gauss.

Donner le rang du système et la dimension de l'espace des solutions.

$$1) \begin{cases} x & = 5 \\ y+z & = 2 \\ 3x+y+z & = -3 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} y+2z & = 1 \\ x+y+2z & = 1 \\ 2y+3z & = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x & = -5 \\ y+z & = 2 \\ x+y+z & = -3 \end{cases}$$

## 2 ENTRAÎNEMENT

### EXERCICE 2

Résoudre les systèmes linéaires suivants avec le pivot de Gauss.

Donner le rang du système et la dimension de l'espace des solutions.

$$1) \begin{cases} x+4y+7z & = 1 \\ 2x+5y+8z & = 2 \\ 3x+6y+9z & = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y+2z+t & = 1 \\ x+y+2z-t & = 1 \\ x+2y+3z+2t & = 5 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+2y+3z+2t & = -1 \\ 2x+3y+4z+2t & = 1 \\ 2x+4y+5z+2t & = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x+y+z & = 3 \\ x+2y+4z & = 7 \\ x+3y+9 & = 13 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x+2y+z+2t & = 0 \\ -2x-3y-5t & = 0 \\ 4x+9y+6z+7t & = 0 \\ x-y-5z+5t & = 0 \end{cases}$$

**EXERCICE 3** Les questions sont liées.

$$1) \text{ Résoudre } \begin{cases} x+2y+3z+2t & = 0 \\ 2x+3y+4z+4t & = 0 \\ 3x+4y+5z+6t & = 0 \end{cases}$$

$$2) \text{ Résoudre } \begin{cases} x+2y+3z & = 2 \\ 2x+3y+4z & = 4 \\ 3x+4y+5z & = 6 \end{cases}$$

3) À quelles conditions sur  $(a, b, c)$  le système suivant est-il compatible ?

$$\begin{cases} x+2y+3z+2t & = a \\ 2x+3y+4z+4t & = b \\ 3x+4y+5z+6t & = c \end{cases}$$

4) Résoudre  $\begin{cases} x+2y+3z+2t & = 1 \\ 2x+3y+4z+4t & = 2 \\ 3x+4y+5z+6t & = 3 \end{cases}$

5) Résoudre  $\begin{cases} x+2y+3z+2t & = 1 \\ 2x+3y+4z+4t & = 2 \\ 3x+4y+5z+6t & = 1 \end{cases}$

### EXERCICE 4

À quelles conditions sur  $(a, b, c)$  les systèmes suivants sont-ils compatibles ?

$$1) \begin{cases} x & = a \\ y+z & = b \\ 3x+y+z & = c \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y+z & = a \\ -x+y+2z & = b \\ x+3y+4z & = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4y+2z & = a \\ 2x+5y+8z & = b \\ 3x+6y+14z & = c \end{cases}$$

## 3 AVEC PARAMÈTRES

### EXERCICE 5

Donner une condition nécessaire et suffisante sur  $m \in \mathbb{C}$  pour que le rang du système soit égal à 4.

Que vaut-il sinon ?

$$\begin{cases} x-y+t & = 0 \\ mx+y-z-t & = 0 \\ x-my+z & = 0 \\ x-y+mz+2t & = 0 \end{cases}$$

### EXERCICE 6

Donner le rang du système en fonction de  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{cases} \lambda x+y+5z & = 0 \\ -x+4y+\lambda z & = 0 \\ 3x-y+5z & = 0 \end{cases}$$

### EXERCICE 7

Donner le rang du système en fonction de  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} 2x+4y-5z-7t & = 0 \\ -x+3y+z+2t & = 0 \\ x+ay-2z+bt & = 0 \end{cases}$$