# CALCUL APPROCHÉ D'UNE PROBABILITÉ

## 1 ALGORITHMES DE RÉFÉRENCE

**EXERCICE 1 (Situation concrète)**

Un expérience consiste à lancer un dé équilibré à 6 faces. On note $A$ l'événement "la face obtenue est 3 ou 5".

Notre intuition consiste à penser que si on réalise l'expérience suffisamment de fois, alors la fréquence de réalisation de $A$ tendra vers sa probabilité.

C'est ce que l'on appelle la loi des grands nombres.

**1)** Créer une fonction Python **lancer()** qui simule le lancer de dé (et renvoie donc une valeur entre 1 et 6, prise de façon équiprobable).

**2)** Créer une fonction **experience()** qui renvoie si l'événement $A$ est vérifié lors d'un lancer de dé (renvoie **True** ou **False**).

**3)** Créer une fonction **approx**(`n`) qui réalise `n` fois l'expérience, et qui compte, parmi ces `n` expériences, la proportion pour lesquelles $A$ était réalisé.

Vérifier numériquement que la valeur obtenue s'approche de la probabilité $\mathbb{P}(A)$ lorsque $n$ devient grand.

**4)** Modifier la fonction pour qu'elle trace le graphe des points $\left(i, f_i\right)$ avec $i \in [\![1, n]\!]$ et $f_i$ la proportion des expériences qui réalisent $A$ parmi les $i$ premières.

**EXERCICE 2 (Cas abstrait)**

Soit $A$ un événement qui a une probabilité $p = \mathbb{P}(A) \in [0, 1]$ de se produire.

**1)** Créer une fonction **expérience**(`p`) qui simule l'expérience : elle renvoie **True** avec la probabilité $p$, et **False** avec la probabilité $1 - p$.

**2)** Programmer une fonction qui réalise de nombreuses fois cette expérience et qui trace le graphe des fréquences (proportion de fois où $A$ est réalisé) en fonction du nombre d'expériences réalisées.
Vérifier que la fréquence tend vers $p$ quand $n$ devient assez grand.

## 2 APPLICATION AUX EXERCICES

**EXERCICE 3**
On lance $k$ dés simultanément. Faire un yam consiste à avoir la même valeur sur les $k$ dés.

**1)** **(a)** Simuler informatiquement l'expérience qui consiste à lancer $k$ dés équilibrés et à vérifier si on obtient un yam. La fonction renvoie donc **True** ou **False** en fonction de l'obtention ou non du yam.

**(b)** Tracer le graphe des probabilités et vérifier que l'on obtient une valeur proche de celle théorique pour un nombre suffisamment grand d'expériences.

**2)** On lance $n$ fois de suite les $k$ dés et on cherche à savoir à partir de quelle valeur de $n_0$, la probabilité d'obtenir un yam devient supérieure à $\frac{1}{2}$.

**(a)** Programmer une fonction **multipleLancers**(`n,k`) qui renvoie **True** si on obtient au moins un yam parmi les $n$ lancers des $k$ dés, et **False** sinon.

**(b)** Trouver informatiquement la valeur de $n_0$ pour $k = 2$, et pour $k = 3$.

**EXERCICE 4**

Un fumeur cherche à arrêter de fumer chaque jour. On note $p_n$ la probabilité qu'il fume le $n$-ième jour.

- S'il a réussi à ne pas fumer un jour, il ne fume pas le lendemain avec une probabilité $\frac{1}{2}$.
- S'il fume un jour, il ne fume pas le lendemain avec une probabilité $\frac{1}{4}$.

On suppose qu'il ne fume pas le premier jour.

**1)** Créer une fonction **demain(fume)** qui renvoie s'il fume le lendemain selon s'il a fumé ou non le jour en question.

**2)** Créer une fonction **jour(n)** qui renvoie s'il fume ou non le jour $n$.

**3)** En déduire une méthode pour obtenir une estimation numérique de la probabilité qu'il fume le jour $n$.

**4)** Tracer dans un graphique, la probabilité (approchée) qu'il fume le jour $n$ en fonction de $n$.

## 3 Cas des probabilités conditionnelles

**Idée de base :** pour estimer la probabilité $\mathbb{P}_A(B)$, on calcule, parmi tous les tirages qui vérifient $B$, la proportion de ceux qui vérifient également $A$.

$$\frac{\text{nombre de tirages qui vérifient } A \text{ et } B}{\text{nombre de tirages qui vérifient } A}$$

Bien sûr, cela suppose que la probabilité de $A$ soit non nulle pour que l'on ait des tirages qui vérifient $A$ et que le quotient soit possible.

**EXERCICE 5**

On lance un dé et on obtient une valeur entre 1 et 6 (de façon équiprobable).

On définit deux événements :

- $A$ le résultat est pair.
- $B$ le résultat est 6.

Programmer un algorithme qui réalise de nombreux lancers et donne une valeur approchée de $\mathbb{P}_A(B)$. Vérifier que la valeur approchée tend vers la valeur théorique pour suffisamment de lancers.

## 4 Modélisation d'événements non équiprobables

**EXERCICE 6 (***)**

**1)** Modéliser un dé qui donne 6 une fois sur 2 et chacune des autres faces avec la probabilité $\frac{1}{10}$.

**2)** Vérifier en lançant le dé suffisamment de fois, qu'on retrouve que la probabilité d'obtenir 6 est $\frac{1}{2}$ et que celle d'obtenir un 4 est $\frac{1}{10}$.