

DÉNOMBREMENT

Penser aux exercices interactifs sur le site.

1 POUR COMMENCER

Exercice 1 (*)

Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot

1. BONHEUR
2. TRAVAIL
3. ANAGRAMME

Exercice 2 (*)

Une urne contient 5 boules numérotées.

Combien y-a-t-il de tirages possibles dans chaque situation :

1. je tire 3 boules simultanément,
2. je tire 3 boules successivement avec remise,
3. je tire 3 boules successivement sans remise.

Exercice 3 (**) (méthode)

L'alphabet est composé de 6 voyelles et 20 consonnes.

1. Déterminer le nombre de mots distincts composés de 3 consonnes et 2 voyelles.
2. Faire de même en excluant les mots qui renferment 3 consonnes consécutives.

2 AU PLUS, AU MOINS...

Exercice 4 (**)

Combien y-a-t-il de nombres à 5 chiffres (on ne met pas de 0 en premier chiffre)

1. au total
2. où 0 ne figure jamais.
3. où 0 figure une et une seule fois.
4. où 0 figure au plus une fois.
5. où 0 figure au moins une fois.

Exercice 5 (**)

Soit un jeu de 52 cartes, dont on tire 5 cartes. Dénombrer les mains

1. avec au moins une dame
2. avec au plus une dame
3. avec la dame de cœur
4. dont toutes les cartes sont de la même couleur
On rappelle qu'un jeu comporte 4 couleurs : Pique - Cœur - Carreau - Trèfle.

Exercice 6 (**)

On possède une urne avec 10 boules blanches et 5 noires. On tire 5 boules successivement sans remise,

1. Combien y a-t-il de tirages au total ?
2. Combien y a-t-il de tirages avec au moins une boule noire ?
3. Combien y en aurait-il eu pour un tirage simultané (avec au moins une noire) ?

3 INJECTIONS

Exercice 7 (*)

Soit E un ensemble fini non vide à n éléments, et F un ensemble fini non vide à p éléments.

1. Donner le nombre d'applications de E dans F .
2. Donner le nombre d'injections de E dans F .
3. Donner le nombre de bijections de E dans F .

Exercice 8 (***)

Soient $(n, p) \in (\mathbf{N}^*)^2$, avec $n \leq p$.

1. Donner le nombre d'applications strictement croissantes de $[1, n]$ dans $[1, p]$.

On pourra interpréter l'application comme une injection dont on a réordonné les éléments.

2. Donner le nombre d'applications croissantes de $[1, n]$ dans $[1, p]$.

On pourra considérer $f + \text{Id} - 1$.

Exercice 9 (***)

Un magasin propose des billes de 5 couleurs différentes. Donner le nombre de façons de remplir un sac avec 20 billes.

Exercice 10 (***)

Pour $n \in \mathbf{N}$ fixé, donner le nombre de solutions de l'équation $(x, y, z, t) \in \mathbf{N}^4$ de $x + y + z + t = n$.

4 PARTIES D'UN ENSEMBLE

Exercice 11 (***)

Pour $n \in \mathbf{N}^*$, on note P_n le nombre maximum de régions en lesquelles on peut séparer le plan avec n droites distinctes.

1. Donner une relation de récurrence linéaire (à coefficients non constants) vérifiée par la suite (P_n) .
2. Donner la valeur de P_n pour tout $n \in \mathbf{N}^*$.

Exercice 12 (***)

Soit E un ensemble fini de cardinal n .

1. Combien existe-t-il de couples (A, B) formant une partition de E en deux parties ?
2. Combien existe-t-il de couples (A, B) formant un recouvrement de E en deux parties ?
(ie de couples $(A, B) \in \mathcal{P}(E)$ tels que $A \cup B = E$)

Exercice 13 (***) (calculatoire)

Soit E un ensemble de cardinal n . Calculer

1. $\sum_{X \in \mathcal{P}(E)} \text{Card } X$
2. $\sum_{(X, Y) \in \mathcal{P}(E)^2} \text{Card}(X \cap Y)$
3. $\sum_{(X, Y) \in \mathcal{P}(E)^2} \text{Card}(X \cup Y)$