

<b>conjonction « et »</b>	$p \wedge q$	Vrai si $p$ et $q$ sont simultanément vrais.
<b>disjonction « ou »</b>	$p \vee q$	Vrai si moins une des assertions est vraie.
<b>contraire</b>	$\neg p$ ou non( $p$ )	On parle aussi de <i>négation</i> .
<b>appartenance</b>	$x \in E$	$x$ appartient à l'ensemble $E$
	$x \notin E$	$x$ n'appartient pas à $E$
<b>quantificateur universel</b>	$\forall x \in E, p$	Tous les éléments de $E$ vérifient l'assertion $p$ . On lit « pour tout $x$ dans $E$ » ou « quelque soit $x$ dans $E$ ».
<b>quantificateur existentiel</b>	$\exists x \in E, p$	Il existe (au moins) un élément de $E$ qui vérifie l'assertion $p$ . On lit « il existe $x$ dans $E$ ».
	$\exists! x \in E$	On lit : « il existe un <i>unique</i> $x$ dans $E$ »
<b>équivalence</b>	$p \iff q$	Vrai si $p$ et $q$ ont même valeur de vérité. On dit « $p$ est vraie <i>si et seulement si</i> $q$ est vraie ».
<b>implication</b>	$p \Rightarrow q$	« Si $p$ , alors $q$ ». $p \Rightarrow q$ est vraie si et seulement si $\begin{cases} p \text{ est fausse,} \\ \text{ou } p \text{ et } q \text{ simultanément sont vraies.} \end{cases}$
<b>réciproque</b>		La réciproque de $p \Rightarrow q$ est $q \Rightarrow p$
<b>condition suffisante</b>	$p \Rightarrow q$	$p$ est une <i>condition suffisante</i> pour que $q$ soit vraie.
<b>condition nécessaire</b>	$p \Leftarrow q$	$p$ est une <i>condition nécessaire</i> pour que $q$ soit vraie.
<b>condition nécessaire et suffisante</b>	$p \iff q$	$p$ est une <i>condition nécessaire et suffisante</i> pour que $q$ soit vraie.

- **Associativité** (« et », « ou »)

$$(p \wedge q) \wedge r \iff p \wedge (q \wedge r) \quad \text{et} \quad (p \vee q) \vee r \iff p \vee (q \vee r)$$

- **Commutativité** (« et », « ou »)

$$p \wedge q \iff q \wedge p \quad \text{et} \quad p \vee q \iff q \vee p$$

- **Distributivité** (« et » par rapport au « ou »)

$$p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

- **Distributivité** (« ou » par rapport au « et »)

$$p \vee (q \wedge r) \iff (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

- **Lois de De Morgan**

La négation de «  $\forall x \in E, p$  » est «  $\exists x \in E, \neg p$  ».

La négation de «  $\exists x \in E, p$  » est «  $\forall x \in E, \neg p$  ».

La négation de «  $p \wedge q$  » est «  $(\neg p) \vee (\neg q)$  ».

La négation de «  $p \vee q$  » est «  $(\neg p) \wedge (\neg q)$  ».

- **Implication**

$p \Rightarrow q$  si et seulement si  $(\neg p) \vee q$

$\neg(p \Rightarrow q)$  si et seulement si  $p \wedge (\neg q)$  (*négation*)

Si  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  alors  $p \Rightarrow r$  (*transitivité*)

$p \Rightarrow q$  si et seulement si  $(\neg q) \Rightarrow (\neg p)$  (*contraposée*)

$p \iff q$  si et seulement si  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  (*double implication*)

On veut prouver	On écrit
« $\forall x \dots$ »	« Soit $x\dots$ » ( $x$ est quelconque)
« $\exists x \dots$ »	« On pose $x\dots$ » (On cherche un $x$ particulier qui convient)
On sait	On écrit
« $\forall x \dots$ »	On peut donner à $x$ différentes valeurs.
« $\exists x \dots$ »	$x$ est fixé à une certaine valeur (en général inconnue). On l'utilise tel quel.

## TYPES DE RAISONNEMENT

<b>Déduction</b>	Partir d'hypothèses et arriver à la conclusion par une suite d'implications. Elle s'appuie sur le raisonnement « <i>Si... , alors...</i> ».
<b>Contraposée</b>	Si la conséquence est fausse, c'est que sa cause n'est pas vérifiée.
<b>Raisonnement par l'absurde</b>	Pour démontrer qu'une proposition est vraie, on montre qu'il est absurde de la supposer fausse.
<b>Disjonction des cas</b>	Pour montrer qu'une propriété est vraie dans certains cas, on étudie chaque situation séparément.
<b>Analyse-synthèse</b>	Pour répondre à la question « montrer qu'il existe un unique ... tel que ... ». <b>Analyse :</b> on commence par supposer que l'on connaît ces solutions et on en déduit des conditions qu'elles doivent vérifier. <b>Synthèse :</b> on montre que si un objet vérifie ces conditions, alors il est bien solution.
<b>Récurrence</b>	Pour montrer qu'une propriété $\mathcal{P}(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbf{N}$ . <b>Rédaction :</b> « Prouvons le résultat par récurrence ». Pour tout $n \in \mathbf{N}$ , on définit la propriété $\mathcal{P}(n)$ . 1 - <i>Initialisation</i> : On vérifie que $\mathcal{P}(0)$ est vraie. 2 - <i>Hérédité</i> : Pour $n \geq 0$ <i>quelconque fixé</i> , on suppose que $\mathcal{P}(n)$ est vraie, on montre alors que $\mathcal{P}(n + 1)$ est vraie. 3 - <i>Conclusion</i> .
<b>Récurrence double</b>	1 - On montre que $\mathcal{P}(0)$ et $\mathcal{P}(1)$ sont vraies, 2 - On suppose que pour $n \in \mathbf{N}$ <i>quelconque fixé</i> , $\mathcal{P}(n)$ et $\mathcal{P}(n + 1)$ sont vraies, on montre alors que $\mathcal{P}(n + 2)$ est vraie.
<b>Récurrence forte</b>	1 - On montre que $\mathcal{P}(0)$ est vraie, 2 - On suppose que pour $n \in \mathbf{N}$ <i>quelconque fixé</i> , les assertions $\mathcal{P}(k)$ sont vraies pour tous les $k \leq n$ , et on montre qu'alors $\mathcal{P}(n + 1)$ est vraie.