

DÉRIVÉES USUELLES

A Fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine dérivabilité
1	0	\mathbf{R}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	\mathbf{R}^*
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	\mathbf{R}_+^*
$x^n, n \in \mathbf{N}$	nx^{n-1}	\mathbf{R}
$x^{-n} = \frac{1}{x^n}, n \in \mathbf{N}$	$-nx^{-n-1} = -n\frac{1}{x^{n+1}}$	\mathbf{R}^*
$x^a = e^{a \ln x}, a \in \mathbf{R}$	ax^{a-1}	\mathbf{R}_+^*
e^x	e^x	\mathbf{R}
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	\mathbf{R}_+^*

$f(x)$	$f'(x)$	Domaine dérivabilité
$\cos x$	$-\sin x$	\mathbf{R}
$\sin x$	$\cos x$	\mathbf{R}
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \right\}$

B Opérations sur les dérivées

linéarité Si (u, v) dérivables en a , $(\lambda, \mu) \in \mathbf{R}^2$, alors $(\lambda u + \mu v)$ est dérivable en a

produit Si (u, v) dérivables en a , alors uv est dérivable en a

inverse Si v dérivable en a et $v(a) \neq 0$, alors $\frac{1}{v}$ est dérivable en a

quotient Si (u, v) dérivables en a et $v(a) \neq 0$, alors $\frac{u}{v}$ est dérivable en a

$$(\lambda u + \mu v)'(a) = \lambda u'(a) + \mu v'(a)$$

$$(uv)'(a) = u'(a)v(a) + u(a)v'(a)$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)'(a) = -\frac{v'(a)}{(v(a))^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)'(a) = \frac{u'(a)v(a) - u(a)v'(a)}{(v(a))^2}$$

Composée

Soient $u : I \rightarrow J$ et $f : J \rightarrow \mathbf{R}$

Si u dérivable en $a \in I$ et f est dérivable en $u(a)$, alors $f \circ u$ est dérivable en a et

$$(f \circ u)'(a) = u'(a)f'(u(a))$$

Application réciproque

Si f est une bijection de I sur $J = f(I)$, dérivable en $a \in I$, alors f^{-1} est dérivable en $y \in J$ **si et seulement si** f' ne s'annule pas en $f^{-1}(y)$, et dans ce cas

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$